

**Sadržaji pogodni za rad
na dodatnoj nastavi matematike – nejednakosti, kompleksni
brojevi, logaritmi**

Ana Jurasić, 2014.

Nekoliko zadataka s nejednakostima, s natjecanja iz matematike za srednje škole

- ▶ **Pr. 1.** Dokaži da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$n! \geq \sqrt{n^n}.$$

- ▶ Državno natjecanje iz 1986., treći razred.

- ▶ **Pr.2.** Dokaži da za pozitivne realne brojeve x, y, z vrijedi nejednakost

$$xy/z + yz/x + zx/y \geq x + y + z.$$

- ▶ Državno natjecanje iz 1989., prvi razred.

- ▶ **Pr.3.** Dokaži da za svaki prirodan broj n vrijedi nejednakost

$$\sqrt[n]{7} + \sqrt[n]{4} > 2\sqrt[n]{5}.$$

- ▶ Državno natjecanje iz 1990., četvrti razred.

- ▶ **Pr. 4.** Dokaži da vrijedi nejednakost $\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{n}{4^n} < \frac{4}{9}$.

- ▶ Državno natjecanje iz 1989., četvrti razred.
-



Nekoliko zadataka s kompleksnim brojevima, s natjecanja iz matematike za srednje škole

- ▶ **Pr. 5.** Neka su kompleksni brojevi z_1 , z_2 i z_3 pridruženi trima točkama jedinične kružnice i neka je $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Dokaži da su tada te tri točke vrhovi jednog jednakostraničnog trokuta.

- ▶ Državno natjecanje iz 1976., drugi razred.

- ▶ **Pr.6.** Odredi i predoči u kompleksnoj ravnini skup

$$\left\{ z = \frac{3t + i}{t - i} \mid t \in \mathbb{R} \right\}.$$

- ▶ Državno natjecanje iz 1984., treći razred.

- ▶ **Pr.7.** U skupu kompleksnih brojeva riješite nejednadžbu $\log_{0.5} \frac{|z| - 3}{1 - |z|} \geq -1$ i prikažite rješenje grafički.

- ▶ Državno natjecanje iz 1989., drugi razred.



Nekoliko zadataka s logaritmima, s natjecanja iz matematike za srednje škole

- ▶ **Pr. 8.** Ako su a, b katete i c hipotenuza pravokutnog trokuta, dokaži da vrijedi relacija

$$\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a.$$

- ▶ *Državno natjecanje, 3. razred.*

- ▶ **Pr.9.** Riješi nejednadžbu $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 \cdot \log_2 4x > 1$.

- *Državno natjecanje, 2. razred.*

- ▶ **Pr.10.** Zadana je funkcija $f(x) = \log_2 \frac{3x - 89}{x + 5}$.

Odredi domenu funkcije f i skup svih cjelobrojnih vrijednosti argumenta x za koje je $f(x)$ cijeli broj.

- *Državno natjecanje, 2. razred.*
-



Literatura

- ▶ Dujella, A., Bombardelli, M., Slijepčević, S.: *Matematička natjecanja učenika srednjih škola*, Element, Zagreb, 1996.

